# La concentrazione

Si misura su caratteri quantitativi trasferibili.

Osservati N valori ordinati di una variabile X

$$x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \ldots \leq x_{(N)}$$

si è interessati a studiare come l'ammontare del carattere

$$A = \sum_{i=1}^{N} x_i$$

sia ripartito fra le diverse unità statistiche.

Si possono avere due situazioni estreme:

- equidistribuzione
- massima concentrazione

# La concentrazione

Equidistribuzione

Ognuna delle N unità possiede 1/N-esimo dell'ammontare complessivo del carattere A, ossia: $X_i = A/N = \bar{X}$ per i =1,2,…,N

Massima concentrazione

L'intero ammontare del carattere è posseduto da una sola unità:

$$x_1 = x_2 = \ldots = x_{N-1} = 0 \qquad x_N = A$$

# La concentrazione

Siano:

- $A_i=X_{(1)}+X_{(2)}+\ldots+X_{(i)}$, l'ammontare di carattere posseduto dalle *i* unità più povere.
- $Q_i=A_i/A$, la corrispondente frazione di ammontare.
- $P_i=i/N$, la frazione delle prime i unità.

$P_i=Q_i \longrightarrow$ per i=n o in caso di equidistribuzione

$P_i \geq Q_i \longrightarrow$ per ogni i

# La concentrazione

Rapporto di concentrazione di Gini:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^{N-1}(P_i - Q_i)}{\sum_{i=1}^{N-1} P_i} = 1 - \frac{2}{(N-1)N\bar{\bar{X}}}\sum_{i=1}^{N-1} A_i$$

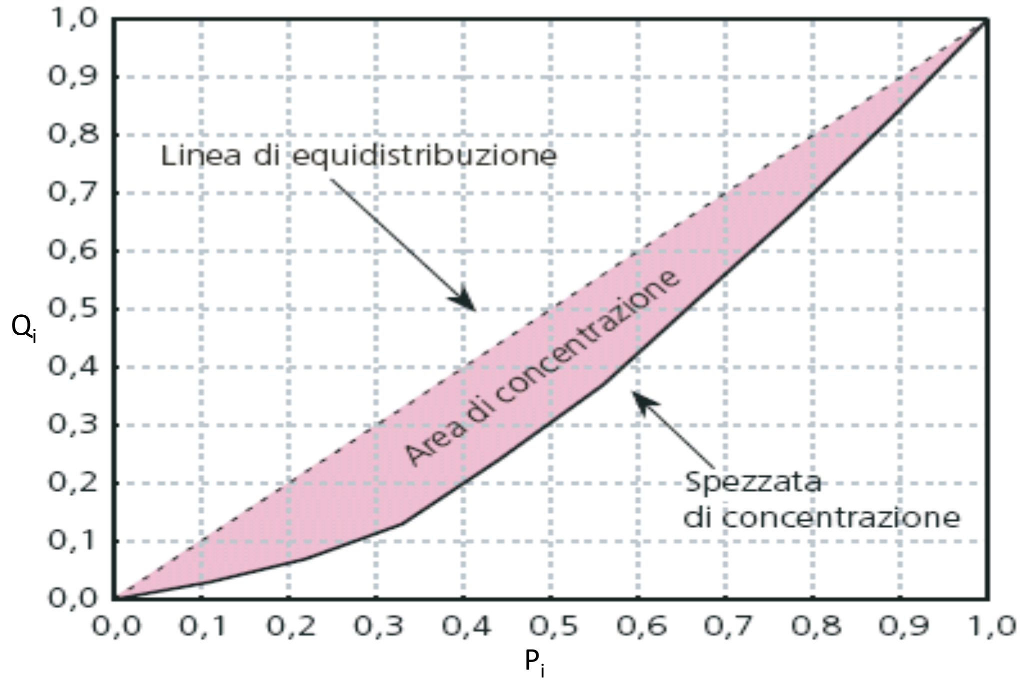
$$0 \leq R \leq 1$$

$R = 0 \longrightarrow$ Equidistribuzione

$R = 1 \longrightarrow$ Max concentrazione

# La curva di Lorenz

Mediante le coppie $Q_i$, $P_i$ è possibile realizzare un grafico detto curva di Lorenz.




All'aumentare dell'area tra la bisettrice e la curva cresce la concentrazione.

# Esempio

Calcolare la concentrazione del reddito (in migliaia) di 5 amici:

45, 15, 95, 60, 35 → N=5, $\bar{X}$=50

| | Reddito | Ai | Qi | Pi |
|---|---|---|---|---|
| Bruno | 15 | 15 | 15/250=0,06 | 1/5=0,2 |
| Caterina | 35 | 50 | 0,2 | 2/5=0,4 |
| Marco | 45 | 95 | 0,38 | 0,6 |
| Stefano | 60 | 155 | 0,62 | 0,8 |
| Monica | 95 | 250 | 1 | 1 |
| Totale | 250=A | --- | --- | --- |

$$R = \frac{(0,2-0,06)+(0,4-0,2)+(0,6-0,38)+(0,8-0,62)}{0,2+0,4+0,6+0,8} = 0,37$$

$$R = 1 - \frac{2}{(5-1)\cdot 5\cdot 50}\left(15+50+95+155\right) = 0,37$$

Nota: il risultato è compreso tra 0 e 1, quindi è plausibile